Algebra Lineal Numérica

Clave	:	MAT799	**Créditos**	:	4
Tipo	:	Obligatorio	**Semestre**	:	2017-1
Horario	:	Miércoles 8-10pm, Vier. 6-8pm	**Requisitos**	:	No tiene
Profesores	:	Rubén Agapito, Juan Casavilca			

1. Sumilla

Normas vectoriales y matriciales. Aritmética punto flotante. Eficiencia de algoritmos. Problemas de condicionamiento y estabilidad de los algoritmos. Análisis de perturbación para resolver sistemas lineales. Estimación del número de condicionamiento. Descomposición LU. Estabilidad y eficiencia de la eliminación gaussiana. Aplicaciones de sistemas lineales. Eficiencia y estabilidad de la descomposición de Cholesky. La descomposición QR. Descomposición en Valores Singulares (SVD). Aplicaciones del SVD. Algoritmos adicionales para obtener la descomposición QR. Problemas de mínimos cuadrados con rango deficiente. El problema del Eigenvalor. Sensibilidad del cálculo de eigenvalores debido a perturbaciones. Métodos iterativos para resolver sistemas lineales. Métodos de subespacios de Krylov. Precondicionamiento.

2. Objetivos de aprendizaje

- Entender que algunas herramientas que se aprenden en Algebra Lineal teórica no son útiles en un contexto computacional.
- Describir las factorizaciones más usuales de una matriz cuadrada.
- Describir la descomposición por valores singulares y establecer su significado geométrico.
- Describir e implementar los algoritmos que suelen ser utilizados para matrices grandes y esparcidas.
- Adquirir los fundamentos matemáticos necesarios para entender reportes de investigación en el área de álgebra lineal computacional y otras áreas que involucren análisis matricial.

3. Contenido

Unidad 1: Fundamentos de Algebra Lineal.
Unidad 2: Condicionamiento y Estabilidad de los algoritmos.
Unidad 3: Mínimos cuadrados, el problema del eigenvalor y la descomposición en valores singulares.

4. Metodología

Las clases serán expositivas y digitalizadas (convertidas a PDF al término de cada sesión de clase). Estarán disponibles en la página web del curso, en la cual se detallará el avance de cada semana. Algunas clases serán sesiones de laboratorio y se avisará con tiempo para que puedan traer (lo cual es opcional) su laptop. Además, el curso tendrá un foro de discusión en piazza.com, lo cual permitirá estar en contacto con sus compañeros y el profesor para resolver cualquier duda que surja en clase, tareas, laboratorios o exámenes.

5. Sistema de evaluación

El curso tendrá tareas, un examen parcial y un examen final. Algunas tareas comprenden programación de métodos numéricos en Matlab.
La nota final del curso (NF) estará dada por el siguiente promedio

$$NF = \frac{N1 + N2}{2}$$

donde
$N1$: Nota del examen parcial y de tareas de la primera parte del semestre.
$N2$: Nota del examen final y de tareas de la segunda parte del semestre.

6. Bibliografía

FORD, W.
2015 *Numerical Linear Algebra with Applications, using MATLAB.* Primera Edición. Academic Press.

DATTA, B.N.
2010 *Numerical Linear Algebra and Applications.* Segunda Edición. SIAM.

GOLUB, G.H., VAN LOAN, C.F.
2012 *Matrix Computations*. Cuarta Edición. Johns Hopkins University Press.

TREFETHEN, L., BAU, D.
1997 *Numerical Linear Algebra*. SIAM.

7. Cronograma

Semana	Temas
1	Matrices. Ecuaciones Lineales Subespacios. Determinantes. Eigenvalores y Eigenvectores. Vectores y Matrices ortogonales. Normas vectoriales y matriciales. Normas matriciales inducidas. Cálculo y propiedades de la norma-2 matricial.
2	Representación entera. Representación punto-flotante. Aritmética Punto-flotante. Minimización de errores.
3	Algoritmos. Ejemplos de seudocódigo. Eficiencia de algoritmos. Solución de sistemas triangulares superior e inferior. El algoritmo de Tomas: análisis de eficiencia.
4	Problemas de Condicionamiento y Estabilidad de los algoritmos. Error computacional. Estabilidad de algoritmos. Condicionamiento de un problema. Análisis de perturbación para resolver sistemas lineales. Propiedades del número de condicionamiento de una matriz. Cálculo en Matlab del número de condicionamiento. Estimación del número de condicionamiento.

5	Descomposición LU. Uso de LU para resolver sistemas lineales. Derivación de la descomposición LU. Eliminación gaussiana con pivoteo parcial. Cálculo de la inversa de una matriz. Estabilidad y eficiencia de la eliminación gaussiana.
6	Aplicación de Sistemas Lineales. Series de Fourier. Aproximaciones con diferencias finitas. Ajuste polinomial por mínimos cuadrados. Interpolación spline cúbica.
7	Sistemas tridiagonales. Matrices simétricas positivo-definidas. La descomposición de Cholesky. Eficiencia y estabilidad de esta descomposición.
8	El proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt. Estabilidad numérica de este proceso. La descomposición QR. Aplicaciones de la factorización QR.
9	Evaluación parcial
10	El teorema de la Descomposición en Valores Singulares (SVD). Uso del SVD para determinar propiedades de una matriz. SVD y normas matriciales. Interpretación geométrica del SVD. Compresión de imágenes usando el SVD.
11	Existencia y Unicidad de las soluciones por mínimos cuadrados. La seudoinversa. Solución de sistemas sobredeterminados: uso de las ecuaciones normales, de la factorización QR y del SVD. Condicionamiento de los problemas de mínimos cuadrados. Problemas de mínimos cuadrados con rango deficiente. Solución de sistemas lineales bajo-determinados.
12	Repaso de la descomposición QR usando Gram-Schmidt. Rotaciones de Givens. Creación de una sucesión de ceros en un vector usando rotaciones de Givens. Cálculo exacto de los parámetros de Givens. El alogoritmo de Givens para la descomposición QR. Reflexiones de Householder. Cálculo de la descomposición QR usando reflexiones de Householder.
13	El problema del eigenvalor. Cálculo selecto de eigenvalores y eigenvectores. La iteración básica QR. Transformación a una forma de Hessenberg superior. Las iteraciones QR con y sin traslación. Triangularización de Schur. El algoritmo de Francis. Sensibilidad del cálculo de eigenvalores debido a perturbaciones.
14	El teorema espectral y propiedades de una matriz simétrica. El método de Jacobi para el cálculo de eigenvectores. El método de iteración QR simétrico. El algoritmo de Francis simétrico. El método de divide y conquista.
15	Método de Jacobi para resolver sistemas lineales. El método de Gauss-Seidel. El método SOR. Estudio de la convergencia de estos métodos iterativos. Aplicación a la ecuación de Poisson.
16	Métodos de subespacios de Krylov. Matrices grandes y esparcidas. El método del gradiente conjugado. Precondicionamiento. El método de Arnoldi. El método GMRES. El método simétrico de Lanczos. El método MINRES. Comparación de estos métodos iterativos.
17	Evaluación final